

## 多変数フーリエ積分に関する基礎的・応用的研究

著者	佐藤 秀一
雑誌名	平成16(2004)年度 科学研究費補助金 基盤研究(C) 研究成果報告書
巻	2003-2004
ページ	5p.
発行年	2005-04-01
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2297/47226">http://hdl.handle.net/2297/47226</a>

# 多変数フーリエ積分に関する基礎的・応用的研究

課題番号 15540160

平成15年度-平成16年度科学研究費補助金（基盤研究（c）（2））

研究成果報告書

平成17年4月

研究代表者 佐藤秀一 金沢大学教育学部助教授

# 多変数フーリエ積分に関する基礎的・応用的研究

課題番号 15540160

平成 15 年度-平成 16 年度科学研究費補助金（基盤研究（c）（2））

研究成果報告書

平成 17 年 4 月

研究代表者 佐藤秀一 金沢大学教育学部助教授

研究組織

研究代表者： 佐藤秀一 金沢大学教育学部助教授

研究経費

平成 15 年度 500 千円

平成 16 年度 500 千円

計 1000 千円

研究発表

(I) 学会誌等

- (1) 佐藤秀一, 特異積分と Littlewood-Paley 関数, 数学 (岩波書店), 第 55 巻第 2 号, 2003 年 4 月春季号, 128-147.
- (2) Dashan Fan and Shuichi Sato, Weighted weak type  $(1, 1)$  estimates for singular integrals and Littlewood-Paley functions, *Studia Math.*, 163 (2004), 119-136.
- (3) Shuichi Sato, A note on weighted estimates for certain classes of pseudo-differential operators, *Rocky Mountain J. Math.* 35 (2005), 267-284.
- (4) Dashan Fan and Shuichi Sato, Singular and fractional integrals along variable surfaces, to appear in *Hokkaido Math. J.*
- (5) Shuichi Sato, Singular integrals and Littlewood-Paley functions, preprint.
- (6) Shuichi Sato, Weighted estimates for the maximal functions associated with Fourier multipliers, preprint.
- (7) Shuichi Sato, Non-regular pseudo-differential operators on the weighted Triebel-Lizorkin spaces, preprint.

(II) 口頭発表

(1) 2003 年 11 月 9 日 9:30–10:30

題目: Weighted weak type  $(1,1)$  estimates for singular integrals with rough kernels,

発表者: 佐藤秀一

研究会: Singular Integrals and Related Topics 2003

期日: 2003 年 11 月 8 日 (土) 9 時 30 分 ~ 11 月 9 日 (日) 15 時 15 分

会場: 伝国の社 置賜文化ホール, 〒992-0052 山形県米沢市丸の内一丁目 2 番 1 号

(2) 2004 年 11 月 13 日 14:45–15:45

題目: Littlewood-Paley 分解と特異積分

発表者: 佐藤秀一

研究会: 実解析学シンポジウム 2004

期日: 2004 年 11 月 12 日 (金) ~ 11 月 14 日 (日)

会場: 大阪府立大学 学術交流会館, 〒599-8531 大阪府堺市学園町 1 番 1 号

(3) 2004 年 11 月 17 日 9:00–10:00

題目: Weighted estimates for the maximal functions defined by Fourier multipliers associated with homogeneous functions

発表者: 佐藤秀一

研究会: Harmonic Analysis and its Applications at Osaka

期日: 2004 年 11 月 15 日 ~ 17 日

会場: Osaka Kyoiku University, Tennoji Campus  
Central building (Chuoukan), Room 215

## 研究成果

(1) 滑らかさの正則性のない積分核から定義される Calderón-Zygmund 型の特異積分と Littlewood-Paley 関数に対して重み付きの弱  $(1,1)$  評価が得られた。積分核に斉次性を仮定しない特異積分作用素を考え、重み付き弱型  $(1,1)$  有界性を考察した。積分核に大きさの条件、相殺条件、さらにある種の Dini 条件を仮定し、ある種の重み関数に対して重み付き弱型  $(1,1)$  有界性を示した。これにより、特に、A. Vargas の斉次核に対する結果を 3 次元以上の Euclid 空間上に拡張した。また、A. Vargas 結果を 2 次元以上の Euclid 空間上の非斉次核の場合に拡張したことになる。さらに、この Littlewood-Paley 関数アナログも得られた。

(2) ある種の擬微分作用素の重み付きの関数空間間の有界性に対して表象の満たすべき滑らかさの正則性に関する条件が改良された。より具体的には次のとおりである。擬微分作用素の表象に最小の正則性を仮定して、 $L_w^2(\mathbb{R}^n) - L_w^2(\mathbb{R}^n)$  有界性を示した、ここで  $w$  は Muckenhoupt の  $A_1$  重み関数である。これは従来の藪田等の結果を改良するものである。証明の方法の主要部は表象を reduced symbol の絶対収束する級数和に分解する Coifman-Meyer の方法を精密化し、級数表示を積分表示に変更するところにある。これにより、微分の階数を  $n/2$  程度少なくすることができ、加重不等式の評価にも都合がよい。また、A. Carbery の方法により、精密な  $L_w^1 - weakL_w^1$  評価、 $H_w^1 - L_w^1$  評価も示された。

(3) 変化する回転面に付随したある種の特異積分および fractional integral を考えて、それらの  $L^p - L^q$  有界性を考察した。特異積分の有界性を示す際には積分核の斉次部分には  $H^1$  条件と相殺条件を仮定する。また、この特異積分に付随したある種の最大関数の  $L^p$  有界性を仮定する。証明には単位球面上の Hardy 空間に対するアトム分解を用いる。

(4) Bochner-Riesz 型のある種の Fourier multiplier から定義される最大関数に対していくつかの加重不等式が証明された. 次のような一般化された Bochner-Riesz 平均を考える :

$$S_t^\lambda(f)(x) = \int_{\mathbb{R}^n} (1 - \gamma(t, \xi))_+^\lambda \hat{f}(\xi) e^{2\pi i \langle x, \xi \rangle} d\xi.$$

通常の Bochner-Riesz 平均から定義される最大関数に対するいくつかの既知の加重不等式をこの一般化された Bochner-Riesz 平均から定義される最大関数  $S_*^\lambda$  の場合に拡張した.

特に, 最大関数  $S_*^\lambda$  に対する加重不等式を  $\gamma(t, \xi) = t^{-1}|\Phi(\xi)|$ ,  $\gamma(t, \xi) = |\Phi(t^{-1}\xi)|$  の場合に証明した. ここで  $\Phi$  は  $\mathbb{R}^n$  から  $\mathbb{R}^n$  への写像である種の正則性を満足するものである.  $h$  が  $\mathbb{R}^n$  上の正の 1 次斉次関数で, 原点を除いて無限回微分可能ならば, 適当な  $\Phi$  をとると  $|\Phi(\xi)| = h(\xi)$  とできることが知られている.

(5) ある種の擬微分作用素  $T_\sigma$  を考え, その加重 Triebel-Lizorkin 空間, 加重 Besov 空間上での有界性を調べた. 特に, Sobolev 空間  $H_p^s$  ( $p \geq 2$ ) 上で  $T_\sigma$  が有界になるための Bourdaud による  $\sigma$  の正則性に関する条件が本質的に改良された. 証明のアイディアは論文 :

S. Sato, A note on weighted estimates for certain classes of pseudo-differential operators, Rocky Mountain J. Math. 35 (2005), 267-284  
の方法を利用するところにある.

以下に I, II からいくつかの論文を添付する.